

Activité 2 – Optimiser un bénéfice

Un artisan produit manuellement des pièces de collection en verre soufflé. Il vend toute sa production en ligne.

Compte tenu de son chiffre d'affaires et de ses coûts de production, son comptable a pu déterminer que son résultat en euros pour la production et la vente de x pièces est donné par la fonction B définie sur l'intervalle $[0; 90]$ par $R(x) = -0,7x^2 + 60,9x - 392$

Problématiques :

1. Quel est le nombre de pièces à fabriquer et à vendre pour que l'opération soit rentable ?
2. Pour quel nombre de pièces le bénéfice est-il maximum ?

1.1. Calculer $R(5)$. **Interpréter** en rapport avec la situation le résultat obtenu.

1.2. Calculer $R(15)$. **Interpréter** en rapport avec la situation le résultat obtenu.

2. Tracer sur la calculatrice la courbe représentatives de la fonction R  **Calc 16**.

Fenêtre graphique :

$Xmin=0$; $Xmax=90$; $Xgrad=10$.

$Ymin=-500$; $Ymax=1000$; $Ygrad=200$.

3.1. Résoudre graphiquement avec la calculatrice l'équation $R(x)=0$  **Calc 18**.

3.2. Interpréter en rapport avec la situation les résultats obtenus.

3.3. Répondre à la problématique 1.

4. L'équation $-0,7x^2 + 60,9x - 392 = 0$ est une équation du second degré. Ses solutions, si elles existent, sont les racines du polynôme $-0,7x^2 + 60,9x - 392$  **Cours 3**.

4.1. Indiquer quelles sont les racines x_1 et x_2 du polynôme $-0,7x^2 + 60,9x - 392$.

4.2. Développer l'expression $-0,7(x-7)(x-80)$. **Indiquer** ce qui peut être constaté  **Cours 4**.

4.3. À l'aide du solveur de la calculatrice, retrouver les racines du polynôme  **Calc 15**.

5.1. Déterminer graphiquement sur la calculatrice les coordonnées du maximum de la fonction R (**arrondir** au centième)  **Calc 19**.

5.2. Répondre à la problématique 2.

6. Reproduire et compléter le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[0; 90]$.

x	
$R(x)$	

7.1. Reproduire et compléter le tableau de signes de la fonction R .

x	
Signe de $R(x)$	

7.2. Comparer le signe du coefficient a avec celui du polynôme.

7.3. Indiquer si l'affirmation : « Si un polynôme admet 2 racines alors il est du signe du coefficient a à l'extérieur des racines et du signe opposé au coefficient a à l'intérieur des racines. » est vérifiée ici  **Cours 5**.

Exercices

Exercice 1

1. Soit f la fonction du second degré définie par $f(x) = 2x^2 - 2,8x - 1,44$ sur l'intervalle $[-10; 10]$.

Vérifier que les solutions de l'équation $f(x) = 0$ sont $x_1 = -0,4$ et $x_2 = 1,8$.

2. Soit g la fonction du second degré définie par $g(x) = -5x^2 - 30x - 40$ sur l'intervalle $[-10; 10]$.

Vérifier que les solutions de l'équation $g(x) = 0$ sont $x_1 = -4$ et $x_2 = -2$.

Exercice 2

Soient la fonction f définie par $f(x) = 2x^2 + 5x - 3$ sur l'intervalle $[-4; 3]$.

1. À l'aide du solveur de la calculatrice, **résoudre** l'équation $f(x) = 0$.

2. Donner la forme factorisée de l'expression algébrique de la fonction f .

3. Reproduire et compléter le tableau de signes de la fonction f sur l'intervalle $[-4; 3]$.

x	
Signe de $f(x)$	

Exercice 3

Soient la fonction g définie par $g(x) = -4x^2 + 6x + 10$ sur l'intervalle $[-4; 3]$.

1. À l'aide du solveur de la calculatrice, **résoudre** l'équation $g(x) = 0$.
2. **Donner** la forme factorisée de l'expression algébrique de la fonction g .
3. **Reproduire et compléter** le tableau de signes de la fonction g sur l'intervalle $[-4; 3]$.

x	
Signe de $g(x)$	

Exercice 4

Soient la fonction h définie par $h(x) = 2x^2 - 10x + 12,5$ sur l'intervalle $[-1; 4]$.

1. À l'aide du solveur de la calculatrice, **résoudre** l'équation $h(x) = 0$.
2. **Donner** la forme factorisée de l'expression algébrique de la fonction h .
3. **Reproduire et compléter** le tableau de signes de la fonction h sur l'intervalle $[-1; 4]$.

x	
Signe de $h(x)$	

Exercice 5

Soient la fonction f définie par $f(x) = 3x^2 + 2x + 4$ sur l'intervalle $[-4; 3]$.

1. À l'aide du solveur de la calculatrice, **résoudre** l'équation $f(x) = 0$.
2. **Donner** la forme factorisée de l'expression algébrique de la fonction f .
3. **Reproduire et compléter** le tableau de signes de la fonction f sur l'intervalle $[-4; 3]$.

x	
Signe de $f(x)$	

Exercice 6

On rappelle qu'entre les racines x_1 et x_2 il existe les relations $c = a \times x_1 \times x_2$ et $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$.

Pour chaque équation du second degré suivante, **déterminer** la deuxième solution x_2 connaissant la première solution x_1 .

1. Équation $2x^2 + 5x - 3 = 0$ avec $x_1 = -3$.
2. Équation $-160x^2 - 74x + 3 = 0$ avec $x_1 = -0,5$.
3. Équation $0,3x^2 - 7,5x - 45 = 0$ avec $x_1 = -5$.
4. Équation $x^2 + 7x = 0$ avec $x_1 = -7$.