

Activité 3 – Résoudre des problèmes

Problème 1

Une entreprise de nettoyage réalise une étude concernant l'évolution du montant de ses recettes.

On note x le rang de l'année ($x=0$ correspond à l'année 2020). La recette en euros entre 2020 et 2030 est donnée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0;10]$ par $f(x) = -2000x^2 + 19500x + 110000$.

Problématique :

Quelle sera la recette maximale et en quelle année sera-t-elle réalisée ?

1. **Calculer** le montant des recettes pour l'année 2020.
2. **Tracer** sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction f .

Fenêtre graphique :

$Xmin=0$; $Xmax=10$; $Xgrad=1$.

$Ymin=100000$; $Ymax=160000$; $Ygrad=10000$.

- 3.1. **Donner** la nature de l'extremum de la fonction f .
- 3.2. **Déterminer** graphiquement sur la calculatrice les coordonnées de l'extremum de la fonction f (**arrondir** au centième).
4. **Reproduire et compléter** le tableau de valeurs de la fonction f .

x	0	2	4	6	8	10
$f(x)$						

5. **Reproduire et compléter** le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.

x	
$f(x)$	

6. **Répondre** à la problématique.

Problème 2

M. et Mme Volta ont fait installer des panneaux photovoltaïques sur le toit de leur maison. L'électricité produite est revendue.

Des études statistiques ont permis de modéliser sur une année, le gain mensuel G en euros de cette vente, à l'aide de la relation $G(x) = -3,3x^2 + 39,6x + 94,4$ où x représente le rang du mois. Le mois de janvier correspond à $x=1$.

Pour financer l'achat et la pose des panneaux solaire, M. et Mme Volta ont contracté un crédit qu'ils remboursent à hauteur de 160 € par mois.

Problématique :

Quels sont les mois de l'année où M. et Mme Volta gagnent de l'argent lors de la vente de l'électricité qu'ils produisent ?

1.1. Calculer le gain estimé en janvier.

1.2. Indiquer si M. et Mme Volta gagnent de l'argent en janvier. **Justifier** la réponse.

2.1. Calculer le gain estimé en juillet.

2.2. Indiquer si M. et Mme Volta gagnent de l'argent en juillet. **Justifier** la réponse.

3.1. Donner l'inéquation à résoudre pour déterminer les mois où M. et Mme Volta gagnent de l'argent.

3.2. Montrer que l'inéquation précédente peut s'écrire $-3,3x^2 + 39,6x - 65,6 > 0$.

4.1. Tracer sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction $-3,3x^2 + 39,6x - 65,6$.

Fenêtre graphique :

$X_{min}=1$; $X_{max}=12$; $X_{grad}=1$.

$Y_{min}=-80$; $Y_{max}=80$; $Y_{grad}=20$.

4.2. Résoudre graphiquement $-3,3x^2 + 39,6x - 65,6 = 0$. **Arrondir** au centième.

4.3. Vérifier les résultats à l'aide du solveur de la calculatrice.

5. Reproduire et **compléter** le tableau de signes du polynôme $-3,3x^2 + 39,6x - 65,6$ sur l'intervalle $[1; 12]$.

x	
Signe du polynôme	

6. Répondre à la problématique.

Problème 3

Lors de son stage de première professionnelle, Dorine est dans une PME qui fabrique artisanalement des vestes sur mesure. Elle est chargée de réduire les charges de production des vestes.

Le comptable lui indique que les charges variables de la production dépendent de la quantité x de vestes produites. Ces charges C (en euros) sont modélisées par la relation $C(x) = 2x^2 - 60x + 600$ avec $x \in [0; 25]$.

Dorine est chargée de trouver la quantité de vestes à produire pour que les charges ne dépassent pas 200 €.

Problématiques :

Combien de veste faut-il produire pour que les charges ne dépassent pas 200 € ?

Combien de veste faut-il produire pour que les charges soient minimales ?

1. Montrer que la quantité recherchée est solution de l'inéquation $2x^2 - 60x + 400 \leq 0$.

2. Dorine étudie la fonction f définie par $f(x) = 2x^2 - 60x + 400$ sur l'intervalle $[0; 25]$.

2.1. Vérifier par un calcul que $x_1 = 10$ est une solution de l'équation $f(x) = 0$.

2.2. On rappelle la relation $a \times x_1 \times x_2 = c$ entre les racines d'un polynôme. **Déterminer** la deuxième solution de l'équation $f(x) = 0$.

3. Reproduire et compléter le tableau de signes du polynôme $2x^2 - 60x + 400$ sur l'intervalle $[0; 25]$.

x	
Signe du polynôme	

4.1. Tracer sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction $f(x) = 2x^2 - 60x + 400$.

Fenêtre graphique :

$X_{min} = 0$; $X_{max} = 25$; $X_{grad} = 5$.

$Y_{min} = -100$; $Y_{max} = 400$; $Y_{grad} = 50$.

4.2. Résoudre graphiquement $f(x) = 0$. **Vérifier** que les résultats sont cohérents avec ceux des questions 2.1 et 2.2.

4.3. Donner la nature de l'extremum et **déterminer** graphiquement ses coordonnées.

5. Reproduire et compléter le tableau de valeurs de la fonction f .

x	0	5	10	15	20	25
$f(x)$						

6. Reproduire et compléter le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 25]$.

x	
$f(x)$	

7. Répondre à la problématique.