Activité 3 – Résoudre des problèmes

Problème 01

Un bateau est acheté neuf 27000 € en 2025. On estime que chaque année, le bateau perd 8 % de sa valeur.

1. **Calculer** la valeur du bateau en 2026 et 2027.

2. On note v_1, v_2, et v_3 les valeurs du bateau respectivement en 2025, 2026 et 2027. **Déterminer** la nature de la suite formée par les nombres v_1, v_2 et v_3. **Préciser** le premier terme et la raison.

3. **Donner** l'expression de v_n en fonction de n.

4. **Représenter** graphiquement la suite (v_n) sur la calculatrice.

Fenêtre graphique :
$nMin=1$; $nMax=10$.
$DbutTracé=1$; $PasTracé=1$.
$Xmin=0$; $Xmax=10$; $Xgrad=1$.
$Ymin=10000$; $Ymax=30000$; $Ygrad=5000$.

5. **Déterminer** graphiquement l'année où le bateau aura perdu 50 % de sa valeur (**arrondir** le résultat à l'année supérieure).

Problème 02

En 2023, une société de parfumerie en ligne a vendu 40000 flacons. Elle se fixe comme objectif d'en vendre chaque année 6 % de plus que l'année précédente.

1. **Calculer** le nombre de flacons qui doivent être vendus en 2024 et 2025.

2. On note u_1, u_2, et u_3 les ventes respectives de 2023, 2024 et 2025. **Montrer** que la suite constituée de ces trois termes est géométrique. **Préciser** le premier terme et la raison.

3. **Donner** l'expression de u_n en fonction de n.

4. **Calculer** le nombre de ventes prévisibles en 2033 (arrondir à l'unité).

5. On rappelle que la somme des n premiers termes d'une suite géométrique est donnée par la relation :

$$S_n=u_1\times\frac{1-q^n}{1-q}$$

Calculer le nombre total de flacons qui seront vendus sur les 11 années comprises entre 2023 et 2033 (arrondir à l'unité).

Problème 03

Une entreprise envisage d'entrer dans une démarche d'économie de papier et souhaite ne pas dépasser 175 500 photocopies pour l'année entière à venir.

Pour les trois premiers mois de l'année, elle imposera le rythme suivant :

Mois	Janvier	Février	Mars
Rang du mois	1	2	3
Nombre de copies	18000	17100	16245

1. **Montrer** que les nombres de photocopies faites respectivement en janvier, février et mars constituent les trois premiers termes d'une suite géométrique. **Préciser** le premier terme et la raison.

2. On appelle (u_n) cette suite géométrique. On suppose que l'évolution du nombre de photocopies reste la même jusqu'à la fin de l'année.

2.1. **Donner** l'expression de u_n en fonction de n.

2.2. **Calculer** la valeur de u_4.

3.1. **Représenter** graphiquement la suite (u_n) sur la calculatrice.

Fenêtre graphique :
$nMin=1$; $nMax=12$.
$DbutTracé=1$; $PasTracé=1$.
$Xmin=0$; $Xmax=12$; $Xgrad=1$.
$Ymin=10000$; $Ymax=20000$; $Ygrad=1000$.

3.2. **Résoudre** graphiquement $u_n \leq 11000$.

4. On rappelle que la somme des n premiers termes d'une suite géométrique est donnée par la relation :

$$S_n = u_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$$

Calculer la somme des 12 premiers termes.

5. À partir des résultats précédents :
5.1. **Indiquer** le nombre de photocopies qui seraient réalisées au cours du mois d'avril.
5.2. **Indiquer** le mois à partir duquel le nombre de photocopies réalisées sera inférieur à 11000.
5.3. **Indiquer** le nombre de photocopies réalisées sur l'ensemble de l'année.
5.4. **Indiquer** si l'entreprise peut tenir son objectif. **Justifier** la réponse.

Problème 04

Après son bac pro, Théo a deux propositions d'embauche.

L'entreprise A propose un salaire annuel net de 18000 € et une augmentation annuelle de 5 %.

L'entreprise B propose un salaire annuel net de 20000 € et une augmentation annuelle de 3 %.

1. Soit (u_n) la suite constituée des salaire annuels nets successifs dans l'entreprise A, u_1 étant le salaire d'embauche.

1.1. Donner les valeurs de u_1, u_2, et u_3.

1.2. Montrer en expliquant la démarche que la suite (u_n) est géométrique. **Préciser** le premier terme et la raison.

1.3. Donner l'expression de u_n en fonction de n.

1.4. Représenter graphiquement la suite (u_n) sur la calculatrice.

Fenêtre graphique :
$nMin=1$; $nMax=11$.
$DbutTracé=1$; $PasTracé=1$.
$Xmin=0$; $Xmax=11$; $Xgrad=1$.
$Ymin=10000$; $Ymax=30000$; $Ygrad=1000$.

2. Soit (v_n) la suite constituée des salaire annuels nets successifs dans l'entreprise B, v_1 étant le salaire d'embauche.

2.1. Donner les valeurs de v_1, v_2, et v_3.

2.2. Montrer en expliquant la démarche que la suite (v_n) est géométrique. **Préciser** le premier terme et la raison.

2.3. Donner l'expression de v_n en fonction de n.

2.4. Représenter graphiquement la suite (v_n) sur la calculatrice sur le même graphique que la question **1.4**.

3.1. Résoudre graphiquement l'inéquation $u_n > v_n$. **Expliquer** la démarche.

3.2. Interpréter le résultat précédent en fonction de la situation.