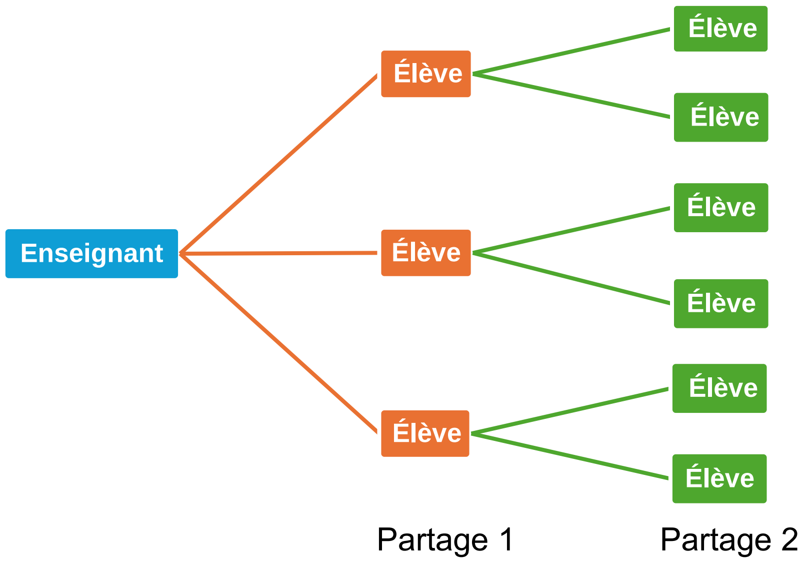
Activité 1 – Propagation d'une rumeur

Un enseignant de mathématiques souhaite réaliser une expérience sociale. En arrivant au lycée à 8h00 un matin, il décide de propager une rumeur. Il informe 3 élèves que les vacances scolaires sont avancées d'une semaine. Il leur donne comme consigne de chacun partager la rumeur à nouveau avec 2 autres élèves et ainsi de suite.



Dans le lycée, il y a 1000 élèves. On suppose que chaque élève ne reçoit la rumeur qu'une seule fois.

Problématique :
Combien de partages doit-il y avoir pour que tout le lycée soit informé de la rumeur ?

1. On note u_1 le nombre d'élèves qui reçoivent la rumeur au premier partage et u_2 le nombre d'élèves qui reçoivent la rumeur au deuxième partage. **Relever** sur le schéma ci-dessus les valeurs de u_1 et de u_2.

2. **Calculer** u_3 et u_4 les nombres de personnes avec qui sera partagée cette rumeur respectivement au partage 3 puis au partage 4.

3.1. On note u_n le nombre de personnes qui reçoivent la rumeur au n-ième partage. La suite (u_n) est une suite géométrique. **Préciser** son premier terme et sa raison. Cours 1

3.2. **Exprimer** u_n en fonction de n. Cours 2

3.3. Utiliser la relation précédente pour **vérifier** la valeur de u_4.

4. **Reproduire** et **compléter** le tableau de valeurs de la suite (u_n) ci-après en utilisant la fonction TABLE de la calculatrice pour n entier compris entre 1 et 10. Procédure 1

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_n										

MAES Olivier
Lycée Sainte-Thérèse – Saint-Nazaire

5. **Répondre** à la problématique.

6.1. Dans le cas d'une suite géométrique, on peut calculer la somme S_n des n premiers termes de la suite à l'aide de la relation ci-après. Cours 3

$$S_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Calculer S_8 et S_9.

6.2. Les résultats de la question **6.1** permettent-ils de **confirmer** la réponse à la question **5** ?

Exercice 01

1. Soit la suite géométrique (u_n) définie par son premier terme $u_1 = 3,5$ et sa raison $q = 2$.
1.1. **Calculer** les 5 premiers termes de la suite.
1.2. **Calculer** le terme de rang 25 de la suite.

2. Soit la suite géométrique (v_n) définie par son premier terme $v_1 = 12$ et sa raison $q = 0,5$.
2.1. **Calculer** les 5 premiers termes de la suite.
2.2. **Calculer** le 15ème terme de la suite (donner la valeur sans arrondir).

3. Soit la suite géométrique (u_n) définie par le terme général $u_n = 2 \times 5^n$. **Calculer** les cinq premiers termes de la suite.

4. Soit la suite (u_n) définie par la relation de récurrence $v_{n+1} = v_n \times 5$ et de premier terme $v_1 = 10$. **Calculer** les cinq premiers termes de la suite.

Exercice 02

Pour chacune des suites ci-après dont les quatre premiers termes sont donnés **indiquer** en le justifiant si elle est géométrique puis **donner** sa raison si c'est le cas.

1. Suite (u_n) : $u_1 = 7$; $u_2 = 8,4$; $u_3 = 10,08$; $u_4 = 12,096$.
2. Suite (v_n) : $v_1 = 12$; $v_2 = 18$; $v_3 = 27$; $v_4 = 41$.
3. Suite (w_n) : $w_1 = 25$; $w_2 = 20$; $w_3 = 16$; $w_4 = 12,8$.

Exercice 03

On rappelle que la somme des n premiers termes d'une suite géométrique est donnée par la relation :

$$S_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Soit la suite géométrique (u_n) définie par son premier terme $u_1 = 2$ et sa raison $q = 4$.
1. **Calculer** les 10 premiers termes de la suite à l'aide de la fonction **TABLE** de la calculatrice.
2. **Calculer** la somme des 10 premiers termes de la suite en additionnant les résultats obtenus à la question **1**.
3. **Calculer** la somme des 10 premiers termes de la suite en utilisant la relation rappelée en début d'exercice. **Comparer** avec le résultat de la question **2**.

MAES Olivier
Lycée Sainte-Thérèse – Saint-Nazaire

Exercice 04

1. Soit la suite géométrique (u_n) définie par son premier terme $u_1 = 10$ et sa raison $q = 1{,}2$.
1.1. Calculer les 5 premiers termes de la suite (donner les valeurs sans arrondir).
1.2. Calculer le terme de rang 20 de la suite.

2. Soit la suite géométrique (v_n) définie par son premier terme $v_1 = 512$ et sa raison $q = 0{,}5$.
2.1. Calculer les 5 premiers termes de la suite.
2.2. Calculer le 10ème terme de la suite.

3. Soit la suite géométrique (u_n) définie par le terme général $u_n = 3 \times 0{,}8^n$. **Calculer** les cinq premiers termes de la suite.

4. Soit la suite (u_n) définie par la relation de récurrence $v_{n+1} = v_n \times 0{,}5$ et de premier terme $v_1 = 4$. **Calculer** les cinq premiers termes de la suite.

Exercice 05

Pour chacune des suites ci-après dont les quatre premiers termes sont donnés **indiquer** en le justifiant si elle est géométrique puis **donner** sa raison si c'est le cas.

1. Suite (u_n) : $u_1 = 1024$; $u_2 = 512$; $u_3 = 256$; $u_4 = 128$.
2. Suite (v_n) : $v_1 = 15$; $v_2 = 19{,}5$; $v_3 = 25{,}35$; $v_4 = 32{,}955$.
3. Suite (w_n) : $w_1 = 250$; $w_2 = 150$; $w_3 = 90$; $w_4 = 55$.

Exercice 06

On rappelle que la somme des n premiers termes d'une suite géométrique est donnée par la relation :

$$S_n = u_1 \times \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

Soit la suite géométrique (u_n) définie par son premier terme $u_1 = 400$ et sa raison $q = 0{,}5$.
1. Calculer les 10 premiers termes de la suite (sans arrondir) à l'aide de la fonction **TABLE** de la calculatrice.
2. Calculer la somme des 10 premiers termes de la suite en additionnant les résultats obtenus à la question **1**.
3. Calculer la somme des 10 premiers termes de la suite en utilisant la relation rappelée en début d'exercice. **Comparer** avec le résultat de la question **2**.

Pour chercher

A. Soit la suite géométrique (u_n) de deuxième terme $u_2 = 5$ et de quatrième terme $u_4 = 101{,}25$. **Déterminer** la raison q de la suite.

B. Une suite géométrique est construite en réalisant une augmentation de 10% pour passer d'un terme au terme suivant. **Donner** la raison q de la suite.

MAES Olivier
Lycée Sainte-Thérèse – Saint-Nazaire

C. On considère une suite géométrique (u_n) à termes strictement positifs. On sait que $u_1 = 4$ et que $u_2 + u_3 = 15$. **Déterminer** la raison q de la suite.

MAES Olivier
Lycée Sainte-Thérèse – Saint-Nazaire