

Activité 2 – Évolution du nombre d'abonnés à une chaîne YouTube (Partie 2)

Laura a créé une chaîne YouTube. Le nombre d'abonnés est donné par la fonction exponentielle $a(x) = 10^x$.

L'activité 1 a montré par résolution graphique que pour atteindre 500 abonnés il fallait 2,7 semaines soit environ 19 jours.

Problématique :

Combien de jours faudra-t-il pour avoir 700 abonnés ?

1. Tracer sur la calculatrice, la courbe représentative de la fonction a ainsi que la droite d'équation $y=700$.

Fenêtre graphique :

$Xmin = -1$; $Xmax = 4$; $Xgrad = 1$.

$Ymin = -100$; $Ymax = 1200$; $Ygrad = 100$.

2. Résoudre avec la calculatrice l'équation $a(x) = 700$ (**arrondir** au centième).

3. Répondre à la problématique.

On s'intéresse à la possibilité de résoudre l'équation $a(x) = 700$ par une méthode algébrique et non graphique.

4. Repérer sur la calculatrice la touche . Cette fonction est la fonction logarithme décimal.

5.1. Reproduire et **compléter** le tableau de valeurs de la fonction logarithme décimal ci-après (**arrondir** au centième).

x	-100	-50	0	1	2	5	10	50	100	700
$\log x$										

5.2. Tracer sur la calculatrice, la courbe représentative de la fonction logarithme décimal $\log x$.

Fenêtre graphique :

$Xmin = -100$; $Xmax = 1000$; $Xgrad = 100$.

$Ymin = -1$; $Ymax = 3$; $Ygrad = 1$.

5.3. Observer le tableau de valeurs précédent ainsi que la courbe obtenue puis **conjecturer** le domaine de définition ainsi que le sens de variation de la fonction logarithme décimal

 **Cours 5**.

6.1. Observer le tableau de valeurs obtenu à la question 5.1. Que peut-on dire de la valeur de $\log 700$?

6.2. Conclure sur la possibilité de résoudre une équation du type $10^x = b$ où b est un nombre strictement positif par une méthode algébrique.

On s'intéresse aux propriétés opératoires de la fonction logarithme décimal.

7. À l'aide des résultats du tableau de la question 5.1 **répondre** aux questions suivantes

 **Cours 6**.

7.1. Comparer $\log(2 \times 5)$ avec $\log 2 + \log 5$. **Utiliser** le résultat précédent pour **établir** une relation entre $\log(a \times b)$ d'une part et $\log a$ et $\log b$ d'autre part (avec $a > 0$ et $b > 0$).

7.2. Comparer $\log \frac{100}{50}$ avec $\log 100 - \log 50$. **Utiliser** le résultat précédent pour **établir** une relation entre $\log\left(\frac{a}{b}\right)$ d'une part et $\log a$ et $\log b$ d'autre part (avec $a > 0$ et $b > 0$).

7.3. Comparer $\log 10^2$ avec $2 \times \log 10$. **Utiliser** le résultat précédent pour **établir** une relation entre $\log q^n$ d'une part et $\log q$ et n d'autre part (avec $q > 0$).

Exercices

Exercice 01

Sans calculatrice, donner les valeurs décimales des nombres suivants.

- | | | | | |
|----------------|--------------------|-------------------|---------------------|---------------------|
| 1. $\log 10^3$ | 2. $\log 10^{8,5}$ | 3. $\log 10^{-2}$ | 4. $\log 10^{-0,7}$ | 5. $\log 10$ |
| 6. $\log 1$ | 7. $\log 0,1$ | 8. $\log 10000$ | 9. $10^{\log 3,5}$ | 10. $10^{\log 0,3}$ |

Exercice 02

On donne ci-après le tableau de valeurs de la fonction logarithme décimal (les résultats sont arrondis au centième).

x	1	3	4	5	6	7	8	9	10
$\log x$	0	0,48	0,60	0,70	0,78	0,85	0,90	0,95	1

Sans calculatrice, donner les valeurs décimales des nombres suivants en utilisant les résultats du tableau.

- | | | | |
|--------------|---------------|-------------|---------------|
| 1. $\log 30$ | 2. $\log 42$ | 3. $\log 2$ | 4. $\log 1,6$ |
| 5. $\log 81$ | 6. $\log 125$ | | |

Exercice 03

Soient x et y deux nombres réels strictement positifs. **Écrire** les expressions suivantes en fonction de $\log x$ et de $\log y$.

1. $\log(x^{3,5})$

2. $\log(x^{-1,3})$

3. $\log(x^2 y^3)$

4. $\log\left(\frac{x^4}{y^5}\right)$

Exercice 04

Résoudre les équations suivantes (**arrondir** au centième si nécessaire).

1. $5^x = 625$

2. $4^x = 128$

3. $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 5$

4. $0,9^x = 0,5$

5. $3 \times 2^x = 99$

6. $4 \times 2,5^x = 128$

7. $6^{4x} = 256$

8. $3 \times 2^{2x+1} = 132$

Exercice 05

Résoudre les inéquations suivantes (**arrondir** au centième si nécessaire).

1. $10^x < 4$

2. $5^x > 200$

3. $0,5^x \geq 10$

4. $0,8^x < 0,2$

5. $10^x > 1,6$

6. $0,9^x \leq 0,2$