

Activité 3 – Résoudre des problèmes

Problème 01

À la naissance de sa petite fille, une grand-mère place un capital de 20 000 € à intérêts composés au taux annuel de 2 %. La capitalisation des intérêts est annuelle.

Problématique :

Après combien d'années la valeur acquise dépassera-t-elle 25 000 € ?

1. **Calculer** la valeur acquise après un an de placement.

2. On donne la fonction f qui modélise l'évolution du placement en fonction du nombre d'années de placement x :

$$f(x) = 20000 \times 1,02^x \text{ avec } x \in [0; 20].$$

2.1. **Vérifier** le résultat obtenu à la question 1 à l'aide de la fonction f .

2.2. **Compléter** le tableau de valeurs de la fonction f (**arrondir** à l'unité)

x	0	1	2	5	10	15	20
$f(x)$							

3. **Justifier** que la fonction f est croissante.

4. En utilisant les résultats de la question 2.2, **donner** un encadrement (le plus petit possible) de la valeur de x pour laquelle la valeur acquise dépasse 25 000 €. **Justifier** la réponse.

5.1. **Représenter** graphiquement la fonction f sur la calculatrice.

Fenêtre graphique :

$X_{min}=0$; $X_{max}=20$; $X_{grad}=1$.

$Y_{min}=20000$; $Y_{max}=30000$; $Y_{grad}=1000$.

5.2. **Résoudre** graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 25000$ sur la calculatrice.

6. **Retrouver** le résultat précédent par résolution algébrique.

7. **Répondre** à la problématique.

8. **Calculer** le temps nécessaire à obtenir un doublement du capital initial (on admet que x peut être plus grand que 20).

Problème 02

Un transporteur achète un fourgon au prix de 50 200 € TTC en 2023. Compte tenu de la distance parcourue, le véhicule perd 20 % de sa valeur chaque année par rapport à l'année précédente. Le transporteur remplacera le fourgon lorsque sa valeur sera inférieure à 12 000 €.

Problématique :

En quelle année le fourgon sera-t-il remplacé ?

1. Calculer la valeur du fourgon en 2024, 2025 et 2026.

2. On donne la fonction f qui modélise l'évolution de la valeur du fourgon en fonction du nombre d'années x :

$$f(x) = 50200 \times 0,8^x \text{ avec } x \in [0; 10] \text{ en prenant } x=0 \text{ pour l'année 2023.}$$

2.1. Vérifier les résultats obtenus à la question 1 à l'aide de la fonction f .

2.2. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f (arrondir à l'unité)

x	0	1	2	3	6	7	10
$f(x)$							

3. Justifier que la fonction f est décroissante.

4. En utilisant les résultats de la question 2.2, donner un encadrement (le plus petit possible) de la valeur de x pour laquelle la valeur du fourgon devient inférieure à 12 000 €. Justifier la réponse.

5.1. Représenter graphiquement la fonction f sur la calculatrice.

Fenêtre graphique :

$X_{min}=0$; $X_{max}=10$; $X_{grad}=1$.

$Y_{min}=0$; $Y_{max}=55000$; $Y_{grad}=5000$.

5.2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 12000$ sur la calculatrice.

6. Retrouver le résultat précédent par résolution algébrique.

7. Répondre à la problématique.

Problème 03

Une entreprise propose à la vente deux modèles de liseuses numériques.

Le modèle A est un ancien modèle dont les ventes baissent de 8 % chaque mois.

Le modèle B lancé en janvier 2024 est le nouveau modèle dont les ventes augmentent de 10 % chaque mois.

L'entreprise arrêtera de produire le modèle A lorsque le chiffre d'affaires qu'il génère sera inférieur au chiffre d'affaires généré par le modèle B.

Problématique :

Dans combien de mois la production du modèle A sera-t-elle arrêtée ?

On donne la fonction f qui modélise le chiffre d'affaires (en millions d'euros) généré par les ventes du modèle A en fonction du nombre de mois x :

$$f(x) = 80 \times 0,92^x \text{ avec } x \in [0; 24] \text{ en prenant } x=0 \text{ pour le mois de janvier 2024.}$$

On donne la fonction g qui modélise le chiffre d'affaires (en millions d'euros) généré par les ventes du modèle B en fonction du nombre de mois x :

$$g(x) = 10 \times 1,1^x \text{ avec } x \in [0; 24] \text{ en prenant } x=0 \text{ pour le mois de janvier 2024.}$$

1. Représenter graphiquement les fonctions f et g sur la calculatrice.

Fenêtre graphique :

$Xmin=0$; $Xmax=24$; $Xgrad=2$.

$Ymin=0$; $Ymax=100$; $Ygrad=5$.

2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$ sur la calculatrice.

3. Retrouver le résultat précédent par résolution algébrique.

4. Répondre à la problématique.