

Activité 3 – Résoudre des problèmes

Problème 01

À la naissance de sa petite fille, une grand-mère place un capital de 20 000 € à intérêts composés au taux annuel de 2 %. La capitalisation des intérêts est annuelle.

Problématique :

Après combien d'années la valeur acquise dépassera-t-elle 25 000 € ?

1. **Calculer** la valeur acquise après un an de placement.
2. On donne la fonction f qui modélise l'évolution du placement en fonction du nombre d'années de placement x :

$$f(x) = 20000 \times 1,02^x \text{ avec } x \in [0 ; 20].$$

- 2.1. **Vérifier** le résultat obtenu à la question 1 à l'aide de la fonction f .
- 2.2. **Compléter** le tableau de valeurs de la fonction f (**arrondir** à l'unité)

x	0	1	2	5	10	15	20
$f(x)$							

3. **Justifier** que la fonction f est croissante.
4. En utilisant les résultats de la question 2.2, **donner** un encadrement (le plus petit possible) de la valeur de x pour laquelle la valeur acquise dépasse 25 000 €. **Justifier** la réponse.
- 5.1. **Représenter** graphiquement la fonction f sur la calculatrice.

Fenêtre graphique :
 $Xmin = 0 ; Xmax = 20 ; Xgrad = 1.$
 $Ymin = 20000 ; Ymax = 30000 ; Ygrad = 1000.$

- 5.2. **Résoudre** graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 25000$ sur la calculatrice.
6. **Retrouver** le résultat précédent par résolution algébrique.
7. **Répondre** à la problématique.
8. **Calculer** le temps nécessaire à obtenir un doublement du capital initial (on admet que x peut être plus grand que 20).

Problème 02

Un transporteur achète un fourgon au prix de 50 200 € TTC en 2023. Compte tenu de la distance parcourue, le véhicule perd 20 % de sa valeur chaque année par rapport à l'année précédente. Le transporteur remplacera le fourgon lorsque sa valeur sera inférieure à 12 000 €.

Problématique :

En quelle année le fourgon sera-t-il remplacé ?

1. **Calculer** la valeur du fourgon en 2024, 2025 et 2026.
2. On donne la fonction f qui modélise l'évolution de la valeur du fourgon en fonction du nombre d'années x :

$$f(x) = 50200 \times 0,8^x \text{ avec } x \in [0 ; 10] \text{ en prenant } x = 0 \text{ pour l'année 2023.}$$

2.1. Vérifier les résultats obtenus à la question 1 à l'aide de la fonction f .

2.2. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f (**arrondir** à l'unité)

x	0	1	2	3	6	7	10
$f(x)$							

3. **Justifier** que la fonction f est décroissante.
4. En utilisant les résultats de la question 2.2, **donner** un encadrement (le plus petit possible) de la valeur de x pour laquelle la valeur du fourgon devient inférieure à 12 000 €. **Justifier** la réponse.
- 5.1. **Représenter** graphiquement la fonction f sur la calculatrice.

Fenêtre graphique :

$$X_{min} = 0 ; X_{max} = 10 ; X_{grad} = 1.$$

$$Y_{min} = 0 ; Y_{max} = 55000 ; Y_{grad} = 5000.$$

5.2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 12000$ sur la calculatrice.

6. Retrouver le résultat précédent par résolution algébrique.

7. Répondre à la problématique.

Problème 03

Une entreprise propose à la vente deux modèles de liseuses numériques.

Le modèle A est un ancien modèle dont les ventes baissent de 8 % chaque mois.

Le modèle B lancé en janvier 2024 est le nouveau modèle dont les ventes augmentent de 10 % chaque mois.

L'entreprise arrêtera de produire le modèle A lorsque le chiffre d'affaires qu'il génère sera inférieur au chiffre d'affaires généré par le modèle B.

Problématique :

Dans combien de mois la production du modèle A sera-t-elle arrêtée ?

On donne la fonction f qui modélise le chiffre d'affaires (en millions d'euros) généré par les ventes du modèle A en fonction du nombre de mois x :

$$f(x) = 80 \times 0,92^x \text{ avec } x \in [0 ; 24] \text{ en prenant } x = 0 \text{ pour le mois de janvier 2024.}$$

On donne la fonction g qui modélise le chiffre d'affaires (en millions d'euros) généré par les ventes du modèle B en fonction du nombre de mois x :

$$g(x) = 10 \times 1,1^x \text{ avec } x \in [0 ; 24] \text{ en prenant } x = 0 \text{ pour le mois de janvier 2024.}$$

1. Représenter graphiquement les fonctions f et g sur la calculatrice.

Fenêtre graphique :

$$Xmin = 0 ; Xmax = 24 ; Xgrad = 2.$$

$$Ymin = 0 ; Ymax = 100 ; Ygrad = 5.$$

2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < g(x)$ sur la calculatrice.

3. Retrouver le résultat précédent par résolution algébrique.

4. Répondre à la problématique.