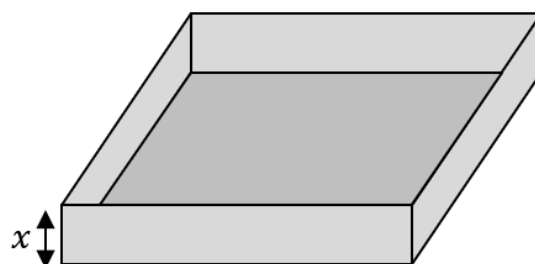
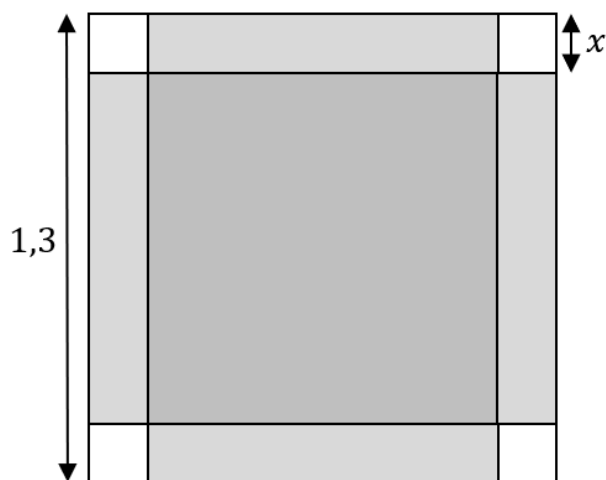


Activité 2 – Optimiser un volume

On souhaite fabriquer un bac de récupération d'eau à partir d'une plaque de tôle carrée de 1,3 m de côté. La mesure de la profondeur du bac, exprimée en mètres est notée x .



Problématiques :

1. Quelle doit être la hauteur du bac pour que le volume soit le plus grand possible ?
2. Quelle doit être la hauteur du bac pour que le volume soit égal à $0,1 \text{ m}^3$?

1. Donner quelles sont les deux valeurs extrêmes que peut prendre la variable x ?

2. Calculer les volumes dans les cas où $x=0,1$ puis $x=0,2$ et $x=0,4$. **Indiquer** ce que l'on peut constater.

3. Montrer que le volume V est donné par la relation $V(x) = 4x^3 - 5,2x^2 + 1,69x$ pour x compris dans l'intervalle $[0; 0,65]$  **Cours 3**.

4.1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction V en utilisant le mode **TABLE** de la calculatrice (**arrondir** au millième).

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,65
$V(x)$								

4.2. En utilisant le tableau de la question 4.1 **donner** un encadrement (le plus petit possible) de la valeur de x pour laquelle le volume maximum est atteint.

5.1. Tracer sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction V (**utiliser** la couleur bleue pour le tracé).

Fenêtre graphique :

$X_{min}=0$; $X_{max}=0,65$; $X_{grad}=0,05$.

$Y_{min}=-0,6$; $Y_{max}=0,3$; $Y_{grad}=0,1$.

5.2. Déterminer à l'aide de la calculatrice le maximum de la fonction V ainsi que la valeur de x pour laquelle il se produit.

5.3. En utilisant les réponses aux questions 5.1 et 5.2, **construire** le tableau de variations de la fonction V .

Valeurs de x	0	0,65
Variations de $V(x)$		

6.1. Utiliser le tableau de variations de la question précédente pour déterminer le nombre de solutions à l'équation $V(x)=0,1$. **Justifier** la réponse  **Cours 5**.

6.2. Tracer sur la calculatrice la droite d'équation $y=0,1$ (**utiliser** la couleur verte pour le tracé).

6.3. Résoudre graphiquement sur la calculatrice l'équation $V(x)=0,1$ (**arrondir** au centième si nécessaire).

7.1. Calculer la fonction V' , dérivée de la fonction V .

7.2. Tracer sur la calculatrice sur le même graphique que pour la question 5.1 la courbe représentative de la fonction V' (**utiliser** la couleur rouge pour le tracé).

7.3. Déterminer graphiquement à l'aide de la calculatrice la solution de l'équation $V'(x)=0$ (**arrondir** au millième).

7.4. Vérifier à l'aide du menu **résol** de la calculatrice la réponse trouvée à la question 6.3 pour l'équation $V'(x)=0$.

7.5. En utilisant les réponses aux questions 6.1 à 6.4, **construire** le tableau de signes de la fonction V' .

Valeurs de x	0	0,65
Signe de $V'(x)$		

8.1. Observer les deux tableaux des questions 5.3 et 6.4. **Conjecturer** le lien qui existe entre le signe de la fonction dérivée V' et le sens de variation de la fonction V  **Cours 4** ?

8.2. Indiquer ce qu'il se passe lorsque la fonction dérivée s'annule (en changeant de signe)  **Cours 4** ?

9. Répondre aux deux problématiques.

Exercices

Dans les exercices, tous les arrondis se feront au centième si nécessaire.

Exercice 01

Pour chacun des polynômes de degré 3 suivants, **donner** les valeurs des coefficients a , b , c , d .

1. $f(x) = 3,5x^3 - 2x^2 + 4,7x - 1$

2. $g(x) = -1,3x^3 + 5x^2 - 3,4x + 2$

3. $h(x) = 7x^3 + 2,8x^2 + 6x + 1,2$

4. $j(x) = 4x^3 - 1,7x^2 + 3x - 5,5$

5. $k(x) = -2,1x^3 + 6x^2 + 3$

6. $l(x) = 5x^3 + 3,6x^2 - 7x$

7. $m(x) = -3x^3 + 2x - 1,1$

9. $n(x) = 1,8x^3 - 6x^2$

9. $p(x) = 2x^3 - 2,6$

10. $q(x) = -4x^3$

10. $r(x) = 3x + 2 - 4x^3 + 5x^2$

11. $s(x) = -2x^2 - x^3 + 7$

Exercice 02

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^3 - 1,5x^2 - x + 1$ définie sur l'intervalle $I = [-2; 3]$.

1. **Calculer** la fonction dérivée f' .

2. **Résoudre** graphiquement sur l'intervalle I l'équation $f'(x) = 0$ (**arrondir** au centième).

3. **Vérifier** à l'aide du menu **réso**l de la calculatrice les réponses à la question 2.

4. **Reproduire** et **construire** sur l'intervalle I le tableau de variations de la fonction f .

x	
Signe de $f'(x)$	
Variations de $f(x)$	

5.1. Donner en le justifiant le nombre de solutions à l'équation $f(x) = -3$.

5.2. Donner en le justifiant le nombre de solutions à l'équation $f(x) = 0$.

6.1. Tracer la courbe représentative de la fonction f .

Fenêtre graphique :

$X_{min} = -2$; $X_{max} = 3$; $X_{grad} = 1$.

$Y_{min} = -15$; $Y_{max} = 15$; $Y_{grad} = 2$.

6.2. Déterminer graphiquement les solutions à l'équation $f(x) = -3$.

6.3. Déterminer graphiquement les solutions à l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 03

Soit f la fonction définie par $f(x) = -3x^3 + 6x^2 - 2,25x - 2$ définie sur l'intervalle $I = [-1; 2]$.

1. Calculer la fonction dérivée f' .

2. Résoudre graphiquement sur l'intervalle I l'équation $f'(x) = 0$.

3. Vérifier à l'aide du menu **résol** de la calculatrice les réponses à la question 2.

4. Construire sur l'intervalle I le tableau de variations de la fonction f .

5.1. Donner en le justifiant le nombre de solutions à l'équation $f(x) = 4$.

5.2. Donner en le justifiant le nombre de solutions à l'équation $f(x) = -2$.

6.1. Tracer la courbe représentative de la fonction f .

Fenêtre graphique :

$X_{min} = -1$; $X_{max} = 2$; $X_{grad} = 0,5$.

$Y_{min} = -10$; $Y_{max} = 10$; $Y_{grad} = 2$.

6.2. Déterminer graphiquement les solutions à l'équation $f(x) = 4$.

6.3. Déterminer graphiquement les solutions à l'équation $f(x) = -2$.

Exercice 04

Soit f la fonction définie par $f(x) = 4x^3 - 8x^2 - 5x + 2$ définie sur l'intervalle $I = [0; 3]$.

1. **Calculer** la fonction dérivée f' .
2. **Résoudre** sur l'intervalle I l'équation $f'(x) = 0$.
3. **Vérifier** à l'aide du menu **résol** de la calculatrice les réponses à la question 2.
4. **Construire** sur l'intervalle I le tableau de variations de la fonction f .
- 5.1. **Donner** en le justifiant le nombre de solutions à l'équation $f(x) = -5$.
- 5.2. **Donner** en le justifiant le nombre de solutions à l'équation $f(x) = 5$.
- 6.1. **Tracer** la courbe représentative de la fonction f .

Fenêtre graphique :

$Xmin=0$; $Xmax=3$; $Xgrad=0,5$.

$Ymin=-15$; $Ymax=25$; $Ygrad=5$.

- 6.2. **Déterminer** graphiquement les solutions à l'équation $f(x) = -5$.
- 6.3. **Déterminer** graphiquement les solutions à l'équation $f(x) = 5$.

Exercice 05

1. **Construire** sur l'intervalle $[-5; 2]$ le tableau de variation de la fonction $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x + 2$.
2. **Construire** sur l'intervalle $[0; 5]$ le tableau de variation de la fonction $g(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$.
3. **Construire** sur l'intervalle $[-2; 3]$ le tableau de variation de la fonction $h(x) = -x^3 + 3x + 2$.