

Activité 1 – Découvrir la fonction logarithme népérien $\ln$

1. **Tracer** en bleu sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction logarithme népérien.

Utiliser la touche $\ln$ de la calculatrice  **Calc 16**.

Fenêtre graphique :

$Xmin = -2$; $Xmax = 10$; $Xgrad = 1$.

$Ymin = -3$; $Ymax = 3$; $Ygrad = 1$.

2. **Compléter** le tableau de valeurs de la fonction logarithme népérien (**arrondir** au centième).

x	-2	-1	0	1	2	3	5	10
$f(x)$								

3. À l'aide des réponses aux questions précédentes, **cocher** pour les propositions ci-après les réponses qui semblent correctes  **Cours 1**.

3.1. La fonction logarithme népérien est définie :

☐ Pour $x \in \mathbb{R}$

☐ Pour $x \geq 0$

☐ Pour $x > 0$

☐ Pour $x < 0$

3.2. La fonction logarithme népérien est :

☐ Croissante

☐ Décroissante

3.3. La fonction logarithme népérien s'annule pour :

☐ $x = 0$

☐ $x = 1$

☐ $x = 10$

4.1. En utilisant le graphique tracé à la question 1 et la calculatrice, **compléter** la dernière ligne du tableau ci-après. Cette ligne correspond à la valeur du nombre dérivé en x arrondi au centième si nécessaire  **Calc 22**.

x	0,1	0,3	0,5	1	3	5	10
$f(x)$	-2,30	-1,20	-0,69	0	1,10	1,61	2,30
$f'(x)$	10						

4.2. **Superposer** sur le graphique précédent le nuage de points $(x; f'(x))$. Les points seront représentés en rouge  **Calc 05**.

4.3. Tracer en vert sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction inverse $\frac{1}{x}$. Que peut-on **constater** ?

4.4. Interpréter le résultat précédent  **Cours 2**.

5.1. Tracer en orange sur la calculatrice la droite d'équation $y=1$.

5.2. La solution de l'équation $\ln(x)=1$ est une valeur importante en mathématique, elle est notée e . **Résoudre** graphiquement l'équation $\ln(x)=1$ puis **donner** la valeur de e (**arrondir** le résultat au millième)  **Cours 3**.

6.1. Comparer $\ln(2)+\ln(3)$ avec $\ln(2\times 3)$.

6.2. Comparer $\ln(2)+\ln(4)$ avec $\ln(2\times 4)$.

6.3. Comparer $\ln(2)+\ln(5)$ avec $\ln(2\times 5)$.

6.4. Déduire des réponses aux questions précédentes la relation qui existe entre $\ln(a)$, $\ln(b)$ et $\ln(a\times b)$ avec a et b des nombres réels strictement positifs  **Cours 4**.

7.1. Comparer $\ln(6)-\ln(3)$ avec $\ln\left(\frac{6}{3}\right)$.

7.2. Comparer $\ln(8)-\ln(2)$ avec $\ln\left(\frac{8}{2}\right)$.

7.3. Comparer $\ln(9)-\ln(3)$ avec $\ln\left(\frac{9}{3}\right)$.

7.4. Déduire des réponses aux questions précédentes la relation qui existe entre $\ln(a)$, $\ln(b)$ et $\ln\left(\frac{a}{b}\right)$ avec a et b des nombres réels strictement positifs  **Cours 4**.

8.1. Comparer $2\times\ln(2)$ avec $\ln(2^2)$.

8.2. Comparer $3\times\ln(2)$ avec $\ln(2^3)$.

8.3. Comparer $2\times\ln(3)$ avec $\ln(3^2)$.

8.4. Déduire des réponses aux questions précédentes la relation qui existe entre $\ln(a)$, x et $\ln(a^x)$ avec a un nombre réel strictement positif et x un nombre réel quelconque  **Cours 4**.

Exercices

Exercice 1

Calculer lorsque c'est possible, les valeurs suivantes (**arrondir** au millième).

1. $\ln(13)$
2. $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$
3. $\ln(-8)$
4. $\ln(2e)$
5. $\ln\left(\frac{1}{\pi}\right)$

Exercice 2

Relier les valeurs égales.

$\ln(5)$

$\ln(2) + \ln(3)$

$\ln(6)$

$\ln(10) - \ln(2)$

$\ln(9)$

$2 \times \ln(3)$

$\ln(3)$

$\ln(9) - \ln(3)$

Exercice 3

Écrire les expressions suivantes en fonction de $\ln(a)$ avec $a > 0$.

1. $\ln(a^3)$
2. $\ln(3a)$
3. $\frac{\ln(a^5)}{\ln(a^3)}$
4. $\ln(a^7) - \ln(a^4)$

Exercice 4

On étudie la fonction f définie sur l'intervalle $[1; e]$ par $f(x) = \ln(x)$.

1. **Représenter** graphiquement la fonction f sur la calculatrice.
2. **Donner** la fonction dérivée f' la fonction f . **Indiquer** son signe sur l'intervalle $[1; e]$.
3. **Compléter** le tableau de variations de la fonction f .

x	
$f'(x)$	
$f(x)$	

Exercice 5

Exprimer chacune des fonctions suivantes (définies pour $x > 0$) en fonction de $\ln(x)$ puis **calculer** sa fonction dérivée.

1. $f(x) = \ln(5x)$
2. $g(x) = \ln(x^3)$
3. $h(x) = 3x^2 + \frac{\ln(3x)}{2}$

Exercice 6

On étudie la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $f(x) = -5x^2 - \ln(6x^3)$.

1. **Exprimer** f en fonction de $\ln(x)$.
2. **Montrer** que la fonction dérivée de f peut s'écrire $f'(x) = -\left(10x + \frac{3}{x}\right)$.
3. **Étudier** le signe de f' sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
4. **Donner** le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.