TPRO Maths	Chapitre 08 – Fonctions logarithme népérien et exponentielle de base e

Activité 4 – Évolution d'une épidémie

Une étude a été réalisée dans une commune de 1500 habitants à l'occasion de la dernière épidémie de grippe. Le nombre d'individus contaminés depuis le début de l'épidémie est donné par la relation $f(x)=500(1-e^{-0,2x})$ où $x\in[0;40]$ est le nombre de jours écoulés depuis le début de l'épidémie. Le seuil critique de l'épidémie est atteint lorsque le quart de la population est contaminé.

Problématique :
Combien de jours faut-il pour atteindre le seuil critique ?

1. Calculer le nombre d'habitants qui doivent être contaminés pour atteindre le seuil critique.

2.1. Calculer $f(1)$ et $f(5)$. **Arrondir** à l'unité. **Interpréter** les résultats obtenus.

2.2. Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de personnes contaminées entre le premier jour et le cinquième jour. **Arrondir** à l'unité.

3. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f. **Arrondir** à l'unité.

x	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$f(x)$	0	316							

4.1. Tracer sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction f.

Fenêtre graphique :
$Xmin=0$; $Xmax=40$; $Xgrad=5$.
$Ymin=0$; $Ymax=500$; $Ygrad=50$.

4.2. À l'aide du graphique obtenu, **compléter** le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0;40]$.

x	
$f(x)$	

5.1. Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=375$. **Arrondir** au centième.

5.2. Résoudre algébriquement l'équation $f(x)=375$. **Arrondir** au centième.

6. Répondre à la problématique.

MAES Olivier

Exercices

Exercice 1

Une infirmière a administré par injection à un malade l'équivalent de 100 mg par litre de sang d'un médicament. Le médicament s'élimine naturellement de l'organisme. La concentration dans le sang (en mg/L) est donnée par la fonction f telle que $f(t)=100e^{-0,4t}$ avec $t\in[0;10]$ le temps en heures écoulé depuis l'administration du médicament. Tant que la concentration du médicament est au moins de 15 mg par litre de sang il reste efficace.

Problématique :
Au bout de combien de temps le médicament cessera-t-il d'être efficace ?

1. Calculer $f(0)$ puis **interpréter** le résultat obtenu.

2. Calculer la concentration du médicament 1 heure après l'injection. **Arrondir** à l'unité.

3.1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f. **Arrondir** à l'unité.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(t)$	100	67									

3.2. À l'aide du tableau, **donner** une encadrement, le plus petit possible du temps au bout duquel le médicament ne sera plus efficace. **Justifier** la réponse.

4.1. Tracer sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction f.

Fenêtre graphique :
$Xmin=0$; $Xmax=10$; $Xgrad=1$.
$Ymin=0$; $Ymax=100$; $Ygrad=10$.

4.2. À l'aide de la courbe obtenue à la question précédente, **compléter** le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.

t	
$f(t)$	

5.1. Résoudre algébriquement l'équation $f(t)=15$. **Arrondir** au centième.

5.2. Résoudre graphiquement l'équation $f(t)=15$**. Arrondir** au centième. **Comparer** le résultat avec celui de la question 5.1.

6. Répondre à la problématique.

Exercice 2

Avant de mettre sur le marché un nouveau produit, une PME réalise une étude de marché sur un panel de 950 personnes afin de déterminer le prix de lancement. La fonction N définie par $N(x)=20+12e^{-0,1x}$ donne le pourcentage de personnes susceptibles d'acheter le produit pour un prix en euros $x \in [5;20]$. Compte tenu des capacités de production de l'entreprise et de sa zone de chalandise, le nombre de clients potentiels ne doit pas dépasser 24 %. D'autre part, la PME a une image d'entreprise bon marché et le prix doit donc être le plus petit possible.

Problématique :
Quel doit être le prix de lancement du nouveau produit ?

1.1. Calculer le pourcentage de clients potentiels pour un prix de lancement fixé à 5 euros. **Arrondir** au centième.

1.2. Indiquer si ce prix est possible pour la PME. **Justifier** la réponse.

2.1. Compléter le tableau de valeurs de la fonction f. **Arrondir** au centième.

x	5	7	10	13	15	18	20
$N(x)$	27,28						

2.2. À l'aide du tableau, **donner** une encadrement, le plus petit possible du prix permettant d'obtenir un pourcentage de clients potentiels de 24 %. **Justifier** la réponse.

3.1. Tracer sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction N.

Fenêtre graphique :
$Xmin=5$; $Xmax=20$; $Xgrad=1$.
$Ymin=20$; $Ymax=30$; $Ygrad=1$.

3.2. À l'aide de la courbe obtenue à la question précédente, **compléter** le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.

x	
$N(x)$	

4.1. Résoudre algébriquement l'équation $N(x)=24$. **Arrondir** au centième.

4.2. Résoudre graphiquement l'équation $N(x)=24$. **Arrondir** au centième. **Comparer** le résultat avec celui de la question 4.1.

5. Répondre à la problématique.

Exercice 3

Pendant les fêtes de fin d'année, notamment à partir de fin novembre jusqu'au 24 décembre, les volumes de commandes en ligne explosent. Cette augmentation se répercute sur les centres logistiques, où le nombre de colis reçus quotidiennement croît de manière exponentielle, surtout avec les pics du Black Friday et les offres de Noël.

La fonction S définie par $S(t)=10\,000\,e^{0,1t}$ donne le nombre de colis traités dans un centre logistique entre le 1er et le 24 décembre. La variable $t\in[0\,;23]$ est le nombre de jours écoulés depuis le 1er décembre ($t=0$ correspond au 1er décembre). La capacité maximale de l'entrepôt est de 80 000 colis.

Problématique :
L'entrepôt logistique pourra-t-il tenir jusqu'au 24 décembre ?

1.1. Calculer $S(0)$. **Interpréter** le résultat.

1.2. Calculer $S(1)$. **Arrondir** à l'unité. **Interpréter** le résultat.

1.3. Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de colis entre le 1er et le 2 décembre. **Arrondir** au centième.

2.1. Tracer sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction S.

Fenêtre graphique :
$Xmin=0$; $Xmax=23$; $Xgrad=5$.
$Ymin=0$; $Ymax=110\,000$; $Ygrad=10\,000$.

2.2. À l'aide de la courbe obtenue à la question précédente, **compléter** le tableau de variations de la fonction S sur l'intervalle $[0\,;23]$.

t	
$S(t)$	

3. Répondre à la problématique.

4.1. Résoudre algébriquement l'équation $S(t)=80\,000$. **Arrondir** au centième.

4.2. Résoudre graphiquement l'équation . $S(t)=80\,000$. **Arrondir** au centième. **Comparer** le résultat avec celui de la question 4.1.

4.3. Indiquer le jour où l'entrepôt sera à saturation.